

# Análisis de las interacciones no lineales en espectros bimodales y su aplicación en el pronóstico de las olas.

**Autores:** Lic. YUNIT JUANTORENA ALÉN<sup>1</sup> M.Sc. PEDRO ROSALES GRANO<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Meteorología Marina. Instituto de Meteorología. E-mail: nunu712610@yahoo.com

<sup>2</sup> Departamento de Oceanografía Física Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada B. C. México.

## **Resumen.**

*Se analiza la transferencia de energía debida a interacciones no lineales en espectros bimodales del oleaje al variar la función de distribución angular de la energía y algunos parámetros que definen el espectro. Se emplea el método propuesto por Lavrenov y Ocampo para evaluar la integral de Boltzmann y calcular las interacciones no lineales entre el oleaje local y el oleaje generado en tormentas lejanas. Se realizaron 21 experimentos numéricos y los resultados mostraron que las interacciones no lineales son más intensas cuando los picos espectrales se acercan entre sí, ya sea en el dominio de la frecuencia o en el de la dirección de propagación. Al variar la función de distribución angular se encontró que mientras más estrecho es el espectro, el rango de distribución de las interacciones en el plano frecuencia – dirección es menor. Con la función de distribución angular de la energía ( $\cos^{2\alpha}$ ) se encontró transferencia de energía a componentes que viajan en dirección contraria al viento. En cada experimento se analizó el comportamiento del espectro de frecuencia y direccional, de las interacciones no lineales para el oleaje local o de viento, para el oleaje distante o de leva y para el caso cuando intervienen los dos tipos de oleaje en cada uno de los fenómenos que han afectado al Cuba, con oleaje extremo.*

## **I. Introducción**

La evolución temporal y espacial del campo de olas en aguas profundas depende del balance entre varios procesos físicos de magnitud similar: el suministro de energía por el viento, la disipación de energía por rompiente y fricción con el fondo y la transferencia de energía entre componentes debido a las interacciones no lineales. Estos procesos son considerados en los modelos de tercera generación, se les denomina términos fuente y junto con la ecuación de balance de acción determinan la evolución del campo de olas.

A través de las interacciones no lineales entre componentes espectrales se transfiere energía a las bajas frecuencias y se redistribuye en el espectro, controlando su forma y la posición del pico espectral, además de generar una región de equilibrio en las altas frecuencias. El suministro de energía por el viento a las olas solo ocurre en la zona de las altas frecuencias del espectro y aproximadamente solo el 20% del desarrollo del oleaje se debe al aporte de energía por el viento.

Generalmente el oleaje local se desarrolla en presencia de olas de baja frecuencia generadas en tormentas lejanas, produciendo interacciones no lineales

entre el oleaje local y el generado en tormentas lejanas. La intensidad de estas interacciones depende de las características de los espectros bidimensionales del oleaje local y el de tormentas lejanas.

El objetivo de este trabajo es realizar un estudio cualitativo de las interacciones no lineales a través de un método de solución exacta Boltzmann (Lavrenov, 1991).

## **II. Metodología.**

### **II.1. Método utilizado para el cálculo las interacciones no lineales.**

Se analizó el comportamiento de las interacciones no lineales en espectros bimodales y unimodales, a través del método propuesto por Lavrenov y Ocampo (1998) para evaluar la integral de Boltzmann (Lavrenov, 1991), en el se calcula la integral de forma exacta con alta precisión y consume poco tiempo de cálculo comparado con los otros métodos.

La precisión del cálculo se estimó recalculando con un número mayor de puntos, hasta que en la diferencia entre los distintos cálculos se obtuvo un error de 1 a 2 % para el intervalo de frecuencias  $0.9 \leq \tilde{\omega} \leq 1.5$ , de 3 a 5 % para los intervalos  $0.8 \leq \tilde{\omega} < 0.9$  y  $1.5 < \tilde{\omega} \leq 2.5$ , para los intervalos de  $0.7 \leq \tilde{\omega} < 0.8$  y para el intervalo  $2.5 < \tilde{\omega} \leq 3.5$  el error no excedió de 5 a 10 % (Lavrenov y Ocampo, 1998).

### II.1.a. Formulaciones Espectrales.

En el método de cálculo se emplea para describir las de olas de viento, el espectro de JONSWAP (Hasselmann et al., 1973):

$$(1) \quad S(\omega, \theta) = S(\omega)D(\omega, \theta)$$

Donde  $S(\omega, \theta)$  es el espectro direccional,  $S(\omega)$  es el espectro de frecuencias y  $D(\omega, \theta)$  es la función de distribución angular de energía.

En la figura 1 se muestran, el espectro de JONSWAP para el oleaje local, el espectro de Davidan (Davidan et al. 1991) para el oleaje de tormentas lejanas, las distintas funciones de distribución angular empleadas en los experimentos y el espectro bimodal para el oleaje local y de tormentas lejanas, de los espectros representados en la figura.

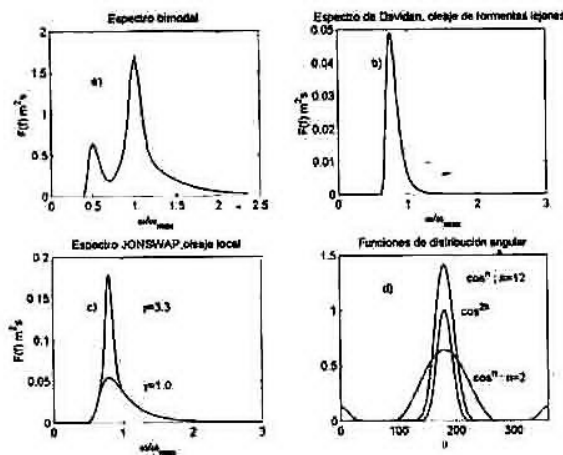


Figura 1. a) Espectro bimodal, b) forma espectral propuesta por Davidan et al. 1991, utilizada para simular el oleaje de tormentas lejanas, c) espectro JONSWAP utilizado para simular el oleaje local, con valores del factor de exceso de crecimiento del pico  $\gamma=1.0$  y  $3.3$ , d) funciones de distribución angular.

### II.2. Fundamento teórico para el cálculo de la altura de las olas.

Para determinar el campo de olas de viento se emplea el sistema MET - OLAS (Juantorena et al. 2000) que emplea la formulación de JONSWAP (Hasselmann et al., 1973), de modo que el espectro direccional de olas de viento en cada punto estará determinado por la expresión:

$$(2) \quad E(f, \theta) = E(f)D(f, \theta)$$

El espectro de frecuencias se expresa:

$$(3) \quad E(f) = \alpha g^2 (2\pi)^{-4} f^{-3} \exp\left\{-\frac{5}{4}\left(\frac{f}{f_m}\right)^{-4}\right\} + \ln \gamma \exp\left\{-\frac{(f-f_m)^2}{2\sigma^2 f_m^2}\right\}$$

y para la distribución angular de energía se emplea la expresión:

$$(4) \quad D(f, \theta) = \begin{cases} \frac{2}{9} \pi \cos^4(\theta - \phi) & \text{para } |\theta - \phi| \leq \pm \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{para el resto} \end{cases}$$

El comportamiento de los parámetros del espectro se determinan por las expresiones:

$$(5) \quad \nu = 3.15 \chi^{-0.33}$$

$$(6) \quad \alpha = 0.0662 \chi^{-0.2}$$

La discretización espectral empleada para el cálculo del espectro direccional consiste en 23 frecuencias con un intervalo de 0.025, por lo que están comprendidas entre 0.042 y 0.167 Hz y 15 direcciones con un ancho de banda de 24 grados.

La energía total del espectro se obtiene por la expresión:

$$(7) \quad E = \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^M E(f_j, \theta_l) \Delta f_j \Delta \theta_l$$

donde  $N=23$  y  $M=15$ .

El espectro de frecuencias se determina sumando por cada frecuencia sobre todas las direcciones los valores de energía:

$$(8) \quad E(f) = \sum_j E(f, \theta_j)$$

Se realiza así para todas las frecuencias y se obtiene la curva espectral de frecuencias, figura (2)

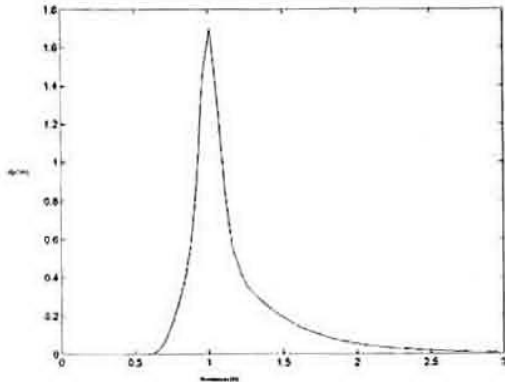


Figura 2: Espectro de frecuencias.

Lo mismo para las direcciones pero se fija la dirección y se suma para todas las frecuencias.

$$(9) \quad E(\theta) = \sum_i E(f_i, \theta)$$

En el sistema MET-OLAS los parámetros para definir el campo de olas de leva se determinan a partir del mapa que representa el campo de olas de viento ya calculado anteriormente.

Para calcular  $R_p$  se marca el punto central en el ancho del frente de generación para obtener la latitud y longitud del punto luego se determina la distancia a través de la fórmula:

$$(10) \quad R_p = \frac{\text{Arct} \cos(\text{sen}(\text{lat}1) * \text{sen}(\text{lat}2) + \cos(\text{lat}1) * \cos(\text{lat}2) * \cos(\text{lon}1 - \text{lon}2))}{R_t}$$

donde  $R_t$  es el radio de la tierra.

El ancho del frente AB se determina de modo similar pero se marcan las dos esquinas del frente de generación para obtener sus correspondientes latitudes y longitudes.

Como se explicó anteriormente el oleaje local es la superposición de diferentes ondas sinusoidales cada una con su propia frecuencia, dirección y velocidad de propagación por lo que al salir del área las olas de leva se dispersan, tal y como aparece en la figura (3), OMM (1997).

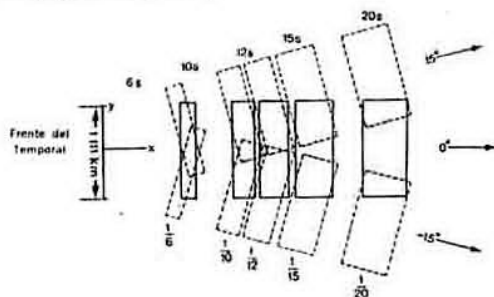


Figura 3: Dispersión de las olas al salir del área de generación, OMM (1997).

La altura de la ola de leva se obtiene combinando los efectos de la dispersión longitudinal y angular se obtiene:

$$(11) \quad H_{leva}(P) = H_{viento}(area) \sqrt{D_l} \sqrt{D_a}$$

representándose gráficamente en la figura (4).

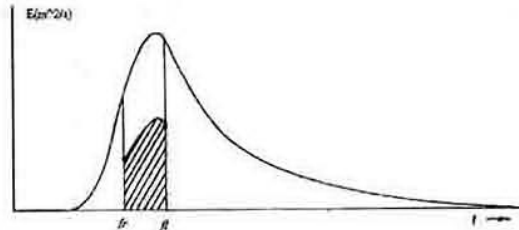


Figura 4: Efecto de la combinación de los dos efectos de dispersión, Pierson et al., (1971).

### III. Resultados.

El modelo para el cálculo de las interacciones no lineales entre componentes espectrales y el estudio del comportamiento de los espectros se aplicó en 21 experimentos (Tabla I), para los cuales se variaron los diferentes parámetros del espectro. En el caso del oleaje local se varió el factor de exceso de crecimiento del pico espectral. Para el oleaje de tormentas lejanas se cambió la frecuencia de máxima energía y la altura significativa con el objetivo de acercar los picos espectrales de ambos sistemas.

Tabla I: Parámetros utilizados en los experimentos numéricos.

No	Características del oleaje local $\omega_{max} = 1.0, \alpha = 1.0, Dir = 0$			Características del oleaje distante $\gamma = 7, N = 20$		
	$\gamma$	n	rango	$\omega_{max}$	Dir	$H_{1/3}$
1	3.3	4	3	0.50	0	1.0
2	3.3	4	3	0.50	90	1.0
3	3.3	4	3	0.50	180	1.0
4	3.3	4	3	0.75	0	1.63
5	3.3	4	3	0.75	90	1.63
6	3.3	4	3	0.75	180	1.63
7	1.0	4	3	0.75	0	1.63
8	1.0	4	3	0.75	90	1.63
9	1.0	4	3	0.75	180	1.63
10	3.3	2	1	0.75	0	1.63
11	3.3	2	1	0.75	90	1.63
12	3.3	2	1	0.75	180	1.63
13	1.0	2	1	0.75	0	1.63
14	1.0	2	1	0.75	90	1.63
15	1.0	2	1	0.75	180	1.63
16	3.3	12	1	0.75	0	1.63
17	3.3	12	1	0.75	90	1.63
18	3.3	12	1	0.75	180	1.63
19	1.0	12	1	0.75	0	1.63
20	1.0	12	1	0.75	90	1.63
21	1.0	12	1	0.75	180	1.63

Se emplearon varias formulaciones de la distribución angular de la energía en el oleaje local, para analizar su influencia en la transferencia de energía. En los experimentos 1 al 9 se empleó la formulación de distribución  $\cos^{25}$  (5), para los experimentos 10 al 15 se empleó la distribución angular  $\cos^n$  (4) con  $n=2$

y del 16 al 21 se utilizó la misma distribución pero con  $n=12$ . Los cálculos realizados consideran el proceso físico de las interacciones de forma estacionaria y se realiza una descripción cualitativa de los resultados.

En la figura 5 esta representado el espectro bimodal, para el oleaje local y el de tormentas lejanas ambos viajan en la misma dirección de 0 grados.

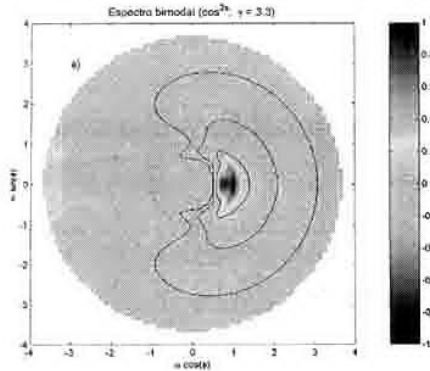


Figura 5: Espectro bimodal, en el espacio frecuencia - dirección, con función de distribución angular  $\cos^{2\alpha}$  y factor de exceso de crecimiento del pico  $\gamma=3.3$ , dirección del oleaje local y del oleaje de tormentas lejanas igual a  $0^\circ$ .

La figura 6 muestra las interacciones no lineales en el espacio frecuencia-dirección, en esta se observa claramente la presencia de los lóbulos principales positivo y negativo, el negativo más claro, se ubica hacia las altas frecuencias y el positivo más oscuro hacia las bajas frecuencias. Adicionalmente se observan dos lóbulos positivos secundarios, situados de forma simétrica en una dirección aproximada de  $\pm 45^\circ$  con respecto a la dirección del viento y en frecuencias más altas que el lóbulo negativo. A partir del lóbulo negativo principal se extienden otros lóbulos negativos que rodean la frecuencia cero en direcciones contrarias al viento.

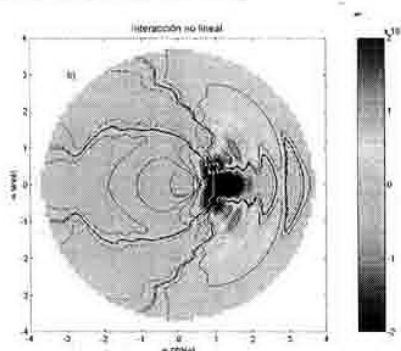


Figura 6: Interacciones no lineales calculadas a partir del espectro de la figura 5. Las líneas continuas (discontinuas) representan contornos positivos (negativos) y los círculos punteados representan el lugar geométrico de las frecuencias normalizadas 1 y 2.

La figura 7 presenta los espectros bimodales y sus correspondientes interacciones no lineales en el espacio frecuencia - dirección. La función de distribución angular y el parámetro  $\gamma$  se mantienen constantes, variando la dirección de propagación del oleaje de tormentas lejanas en  $90^\circ$  y  $180^\circ$ , se observan cambios significativos en la forma de la interacción no lineal.

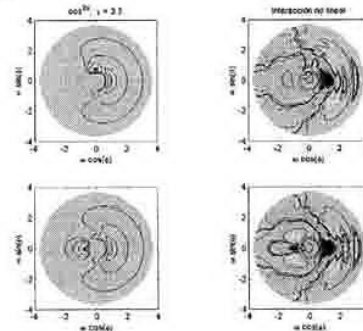


Figura 7. Espectros e interacciones no lineales correspondientes. La dirección de propagación del oleaje de tormentas lejanas es de  $90^\circ$  en las graficas superiores y  $180^\circ$  en las inferiores. Las escalas para los espectros y las interacciones son las mismas que en la figura 6.

La figura 8 muestra como cambia la forma y la magnitud de la interacción no lineal al variar la función de distribución angular y el parámetro  $\gamma$ . Se observa que la interacción se distribuye en todo el plano para la función  $\cos^{2\alpha}$ , mientras que para  $\cos^4$  con  $n=2$  se limita al plano  $\pm 45^\circ$  y con  $n=12$  se limita a  $\pm 25^\circ$  aproximadamente con respecto a la dirección del viento. También se muestra en la figura que al variar el factor de exceso de crecimiento del pico  $\gamma$  de 3.3 a 1.0, las interacciones no lineales disminuyen en intensidad, las curvas son más suaves y los lóbulos positivos secundarios son más circulares y están mejor definidos. El lóbulo positivo de las interacciones no lineales en el dominio de la frecuencia se desplaza más hacia las altas frecuencias y se hace más ancho, al igual que el positivo.

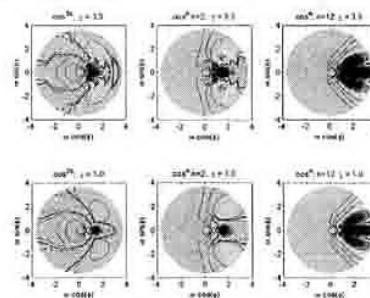


Figura 8. Interacciones no lineales en el espacio frecuencia - dirección para espectros bimodales, variando la función de distribución angular y el factor de exceso de crecimiento del pico. La dirección de propagación para el oleaje local y el de tormentas lejanas fue de  $0^\circ$ .

En la figura 9 se superponen las curvas de las interacciones en el espacio de frecuencia para el oleaje local y para el oleaje local y el de tormentas lejanas en diferentes direcciones. Como se puede observar las interacciones no lineales son mayores en espectros bimodales y cuando los sistemas viajan en la misma dirección, disminuyendo a medidas que aumenta el ángulo entre las direcciones de propagación de ambos sistemas.

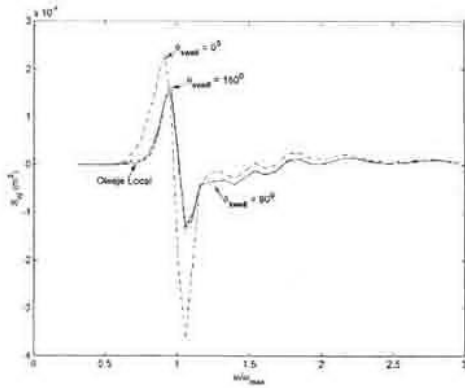


Figura 9: Interacciones no lineales en el espacio de frecuencias para el oleaje local y para la combinación de oleaje local propagándose a 0° y oleaje de tormentas lejanas (swell) propagándose a 0°, 90°, y 180°.

### III.1 Aplicación de los experimentos numéricos en el cálculo de la altura de la ola.

El Sistema MET- OLAS (Juantorena et al., 2000) fue creado para determinar el campo de olas y viento en fenómenos meteorológicos y tiene su principal ventaja en que por primera vez en Cuba se estudia el oleaje de viento y leva por separado por lo que es fundamental conocer las características propias de cada oleaje y la interacción entre ellos. Se realizó el estudio de espectro bimodales con el oleaje de leva propagándose en distintas direcciones con el objetivo de analizar cuando se debe esperar mayor afectación del oleaje. En todos los casos se obtuvo que cuando el oleaje de viento y de leva se propagan en la misma dirección el oleaje total es más intenso y mayor es su afectación. Pero aún cuando ambos oleajes se propagan en direcciones contrarias existe una contribución del oleaje de leva al de viento y viceversa, pero la afectación el menor.

En función de la distribución angular se observa que el espectro evoluciona de forma diferente, lo cual fue muy útil para el desarrollo de sistema MET - OLAS, pues se valoró cual es la más conveniente para cada tipo de oleaje, en el caso de las olas de viento se

utiliza una distribución  $\cos^4$  pues la distribución de energía se realiza entre los 60 grados aproximadamente con respecto a la dirección central de propagación y además con ella se obtuvieron mejores resultados. Para el oleaje de leva se emplea  $\cos^{20}$ .

Lo mismo sucedió con los diferentes parámetros del espectro como son el pico espectral, el factor de crecimiento del pico, la constante de Phillips, pues se pudo determinar cual fue el más idóneo a utilizar el cada tipo de oleaje.

En el caso del factor de crecimiento del pico es importante conocer como se comporta el espectro para  $\gamma = 1$  (oleaje completamente desarrollado) o algún otro valor diferente como es el caso de  $\gamma = 3.3$ . Este estudio se vincula al MET - OLAS pues en caso de huracanes o sistemas meteorológicos intensos, siempre que se alcance el estado de completo desarrollo del mar, se emplea  $\gamma = 1$ , para un mar parcialmente desarrollado y en presencia de olas de viento se utiliza  $\gamma = 3.3$ , en el caso de oleaje de leva emplea  $\gamma = 7$ .

#### ● Cálculos realizados.

Sobre el campo bórico del día 3/2/98 a las 7:00 am correspondiente a una baja extratropical que generó inundaciones costeras por penetraciones del mar en el Malecón habanero, se aplicó el método de cálculo MET-OLAS y para ello se confeccionó una malla de cálculo de 58 puntos, la cual abarcaba toda el área generadora de oleaje (figura 10).



Figura 10: Cálculo de la altura de las olas de viento en el área de generación.

En la figura 10 se muestra los valores de las alturas de las olas de viento, la dirección y la velocidad del viento en cada punto de la malla computacional. Los vástagos representan la dirección, las líneas cortas son 5 m/s y las líneas largas 10 m/s. Los números son las alturas de olas en m.

En las figuras 11 se muestran los espectros de frecuencia del punto 8 de la malla que se localiza en los 86.7 grados de longitud W y los 26.8 grados de latitud N.

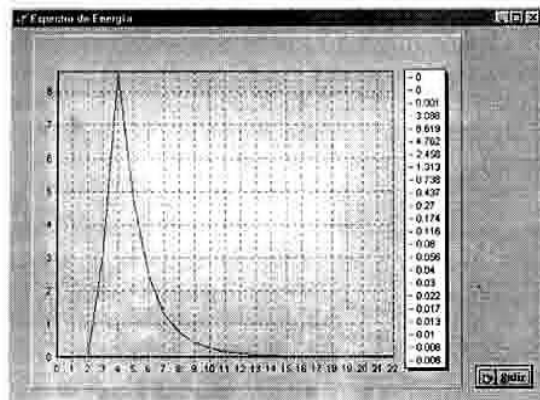


Figura 11: Espectro de frecuencia en el punto 8, que tiene una altura de ola de 5.7 m.

Con los resultados de la altura de ola en el área de generación (figura 10) del oleaje se determinaron la altura de la ola en la región occidental de nuestro país, específicamente en el Malecón habanero, cuyos valores fueron comprobados con observaciones visuales y se muestran en la Tabla II.

Tabla II: Altura de la ola pronosticada para el Malecón habanero.

Período	Altura de la ola pronosticada	Altura de la ola observada
3-2-98 (10.00 min)	4.25	4.00
4-2-98 (3.00 min)	4.46	4.50
4-2-98 (10.00 min)	4.64	-
4-2-98 (8.00 min)	5.00	4.5

#### IV. Conclusiones y recomendaciones.

- Al utilizar la distribución angular  $\cos^{2\theta}$ , la energía se propaga a través de todo el plano, apareciendo componentes opuestas a la dirección del viento.
- Al variar el factor de exceso crecimiento del pico de 3.3 a 1.0, se observa que los espectros de energía en el oleaje local se hacen más amplios, las interacciones no lineales disminuyen en intensidad. El lóbulo positivo de las interacciones no lineales en el dominio de la frecuencia se desplaza más hacia las altas frecuencias y se hace más ancho, al igual que el positivo.
- Cuando  $\gamma = 1$ , para el espectro bimodal con frecuencia máxima del oleaje de tormentas lejanas de 0.75, en el espectro de frecuencia se enmascara el pico del oleaje distante, de modo que parece un espectro unimodal, sin embargo en los espectro direccionales aparecen los dos picos bien definidos.

- La transferencia de energía ocurre desde las frecuencias intermedias (lóbulo negativo), hacia las bajas y altas (lóbulos positivos).

- Cuando oleaje es bimodal, las Interacciones no lineales son mayores que cuando el oleaje es unimodal.

Para complementar este estudio se sugiere:

- Realizar la determinación cuantitativa de las interacciones, especificar la posición y el valor exacto de los lóbulos principales y secundarios y cuantificar el valor de la transferencia de energía en las componentes contrarias al viento.

- Realizar otros experimentos para ensayar otros parámetros de los espectros del oleaje local y de tormentas lejanas.

- Implementar en Cuba los modelos WAM para aguas profundas y SWAN para aguas poco profundas para su uso operativo en el área de pronósticos.

#### V. Referencias

Davidan, I. N., and Lavrenov, I. V., (1991): On energy imbalance in the low frequency region on the developed wave spectrum, Izv. Atmospheric and Ocean. Phys., vol. 27, no. 8, 604-610.

Hasselmann, K., Barnett, T. P., Bouws, E., Carlson, H., Cartwright, D. E., Enke, K., Ewing, J.A., Gienapp, H., Hasselmann, D.E., Krusemann, P., Meerburg, A., Muller, P., Olbers, D. J., Richter, K., Sell, W. and Walden, H.,(1991): Measurements of wind wave growth and decay during the Joint North Sea wave Project (JONSWAP), Dwtisches Hydr. Zeit., A12: 1-95.

Juantorena, Y., Beauballet P., Casals R., Hernández N. (2000): MET - OLAS, Sistema para el pronóstico de las inundaciones costeras y sus aplicaciones, Revista Cubana de Meteorología Vol. 7, No. 1.

Lavrenov, I. V., and Ocampo, F. J., (1998): Angular distribution effect on weakly nonlinear energy transfer in the spectrum of wind waves, Izv. Atmospheric and Ocean. Phys., vol. 35, no. 2, 254-265.

Lavrenov, I.V., (1991):Weakly nonlinear interaction of Rip waves, Izv. Atmospheric and Ocean. Phys, Vol. 27, No.4, 438-447.

OMM, ( 1997): Guía para el análisis y pronóstico de las olas. No 702.

Pierson, J.W., G. Neuman, and R.W. James, (1971): Practical Methods for observing and forecasting ocean waves by means of wave spectra and statistics, Published by U.S. Naval Oceanographic Office, H.O.Pub. No.603, 284 pp.