Ecuaciones para la georreferenciación de las imágenes obtenidas por satélites circumpolares.

Autor: Orestes González Marrero

Instituto de Meteorología

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo mostrar un conjunto de ecuaciones que permiten la georreferenciación de las imágenes obtenidas por satélites circumpolares, partiendo de los parámetros orbitales y del punto de cruce por el ecuador.

Se presentan dos grupos de ecuaciones, el primer grupo permite determinar la posición geográfica de los elementos que componen la imagen y el segundo grupo encontrar el punto en la imagen que corresponde a una posición geográfica dada. Este último grupo de ecuaciones permite superponer los contornos geográficos u otro tipo de información vectorizada en coordenadas geográficas.

Introducción

Las imágenes de la tierra tomadas desde satélites artificiales tienen una gran importancia en las geociencias. Generalmente el estudio de éstas se realiza utilizando sistemas de procesamiento que contienen distintas herramientas, entre ellas la posibilidad de georreferenciación

Este trabajo muestra los algoritmos y ecuaciones implementados en los sistemas de procesamiento desarrollados en nuestra institución, para la georreferenciación de las imágenes de los satélites circumpolares.

Desarrollo

La proyección de la trayectoria de un satélite sobre la Tierra, el Ecuador y el meridiano s forman un triángulo esférico como se muestra en la figura 1,

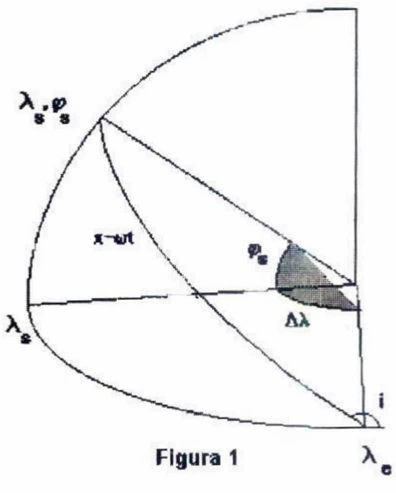

Figura 1

De este triángulo esférico se deducen las siguientes relaciones:

$$\operatorname{sen}(\varphi_s)= \operatorname{sen}(\pi\text{-}i)\operatorname{sen}(\pi\text{-}t)$$

$$\tan(\Delta\lambda)=\cos(\pi\text{-}i)\tan(\pi\text{-}\omega t)$$

donde ω es la velocidad angular del satélite, i es la inclinación del plano orbital, φ_s, λ_s son las coordenadas geográficas de la posición del satélite proyectada sobre la tierra y λ_e es la longitud de cruce por el ecuador.

Estas relaciones, en función de la longitud y la latitud del punto subsatélite toman la siguiente forma:

$$\varphi_s=\operatorname{arcsen}[\operatorname{sen}(\pi\text{-}i)\operatorname{sen}(\pi\text{-}\omega t)]$$

$$\lambda_s=\lambda_e+\arctan[\cos(\pi\text{-}i)\tan(\pi\text{-}\omega t)]$$

que es la expresión de la trayectoria del satélite proyectada sobre la Tierra y escrita en forma paramétrica.

A la relación de la longitud falta incorporarle algún término que represente el movimiento de rotación de la Tierra, el cual está dado por (360º/T) t. donde T es el período de rotación de la Tierra.

Finalmente obtenemos:

$$\varphi_s=\operatorname{arcsen}[\operatorname{sen}(\pi\text{-}i)\operatorname{sen}(\pi\text{-}\omega t)]$$

$$\lambda_s=\lambda_e+\arctan[\cos(\pi\text{-}i)\tan(\pi\text{-}\omega t)] + (360^o/T)t$$

Estas ecuaciones permiten determinar la posición geográfica del punto central de cada línea de la imagen. Las líneas de la imagen son perpendiculares a la trayectoria del satélite y forman un ángulo con los meridianos que varía con la latitud de la siguiente manera:

$\lambda = 90^{o} - \arcsin[\cos(\pi - i)/\cos(\varphi s)]$

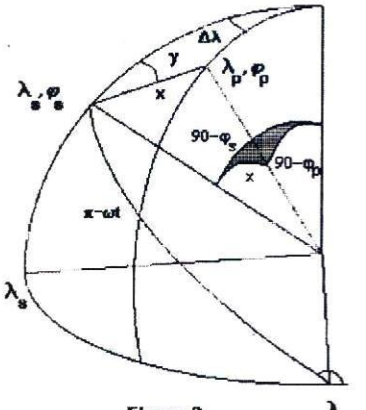

Figura 2

Esta expresión se deduce de las relaciones que se establecen entre los ángulos del triángulo esférico de la figura 2.

Utilizando la latitud y longitud del punto central de una línea de la imagen, el ángulo que forma esta línea con el meridiano y la distancia que separa el centro de cualquier otro punto en la línea, es posible determinar sus coordenadas geográficas a través de las siguientes relaciones:

$\varphi_p = 90^{o} - \arccos[\sin(\varphi_s)\cos(X) + \cos(\varphi_s)\sin(X)\cos(\gamma)]$

$\lambda_p = \lambda_e + \arcsin[\sin(\gamma)\sin(X)/\sin(\varphi_p)]$

Para cada par X,Y de la imagen podemos obtener un par correspondiente de longitud y latitud. La coordenada X de la imagen multiplicada por la resolución nos permite medir la distancia entre el punto central y los vecinos que forman esta línea, y la coordenada Y nos permite determinar el tiempo transcurrido desde el cruce del satélite por el ecuador hasta la recepción de dicha línea, sustituyendo estos datos en las ecuaciones anteriores se determina la posición geográfica del punto. Esta descripción aparece también en (1)

Supongamos que poseemos las coordenadas geográficas λ_p, φ_p y deseamos determinar las coordenadas X,Y correspondientes; este punto podría ser, por ejemplo, la posición de un barco y se desea determinar qué condiciones meteorológicas se encuentran afectándolo. Este problema es el inverso al anterior. Determinar X es equivalente a encontrar la distancia mínima del punto a la proyección de la trayectoria del satélite sobre la Tierra.

La ecuación de la distancia entre dos posiciones geográficas es:

$$d = \arccos[\mathrm{sen}(\varphi_s)\mathrm{sen}(\varphi_p) + \cos(\varphi_s)\cos(\varphi_p)\cos(\Delta\lambda)]$$

Sustituyendo en la relación anterior las ecuaciones de la proyección de la trayectoria, obtenemos una expresión de la distancia en función del tiempo. El tiempo To, donde la distancia es mínima, es la coordenada Y y dicha distancia es la coordenada X de la imagen, pero la determinación de este mínimo conlleva a derivar en función del tiempo la ecuación anterior y hallar los ceros de dicha expresión lo cual resulta muy difícil.

Otra vía es abordar el problema utilizando las relaciones trigonométricas que se establecen en el triángulo esférico de la figura 3.

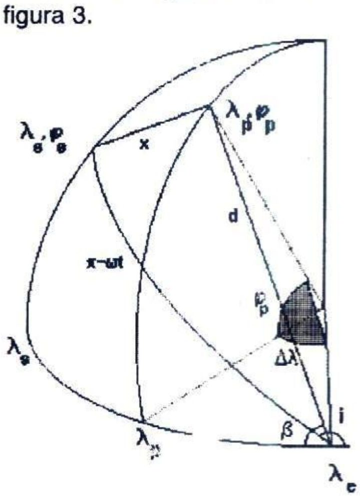

Figura 3

Estas son:

$$d = \arccos[\cos(\Delta\lambda)\cos(\varphi_p)] \quad [1]$$

$$\beta = \arcsin[\mathrm{sen}(\varphi_p)/\mathrm{sen}(d)]$$

donde d es la distancia entre el punto de cruce por el ecuador y la coordenada p, p.

Del triángulo esférico de la figura 4 obtenemos las expresiones del tiempo y la coordenada X.

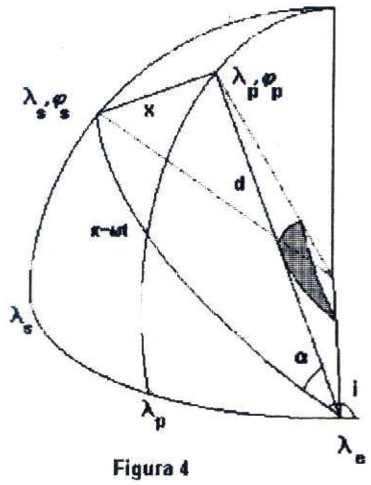

Figura 4

$$t = (\pi - \arctan[\tan(d)\cos(\alpha)])/\omega$$

donde $\alpha = 180^{o} - (i + \beta)$

$$X = \arcsin[\mathrm{sen}(\alpha)\mathrm{sen}(d)]$$

Sin embargo, estas ecuaciones no contienen ningún término que refleje el movimiento de rotación de la Tierra por lo que las coordenadas determinadas con estas ecuaciones no se corresponden con las coordenadas reales.

Durante el tiempo determinado por la ecuación anterior la longitud varía en:

$$\Delta\lambda = [(360^{o}/T)t + \lambda_e] - \lambda_p \quad [2]$$

Introduciendo este ángulo en la ecuación [1] obtendremos otro valor de d y por tanto otro tiempo que, sustituido en [2], volvería a dar otra variación de la longitud y así sucesivamente. Este proceso iterativo converge rápidamente y del mismo podemos obtener las coordenadas correctas.

El proceso anterior y sus expresiones pueden ser usadas también para determinar las órbitas que cruzan por la zona de recepción de la estación, ya que el valor X, que con ellas se obtiene, constituye la distancia mínima entre la proyección de la trayectoria del satélite sobre la Tierra y un punto dado, si ésta es menor que el radio de recepción esta órbita puede ser recibida desde ese punto.

Conclusiones

La solución geométrica propuesta para obtener las relaciones que permiten determinar la posición en la imagen, que corresponde a una coordenada geográfica dada, constituye una vía más sencilla para enfocar dicha problemática.

El algoritmo iterativo en la práctica converge con rapidez, por lo que la utilización de éste no implica grandes pérdidas de tiempo en el proceso de cálculo.

Referencias

(1) Direct transmission system, user guide, U.S. Departament of Commerce. ESSA, NESC, 1969.T