Revista Cubana de Meteorología, Vol.23, No.1, pp. 141-145, 2017, ISSN: 0864-151X

Comunicación Corta

Fórmula lineal para determinar la temperatura del bulbo húmedo

Linear formula for determining the temperature of the wet bulb

Mario Carnesoltas-Calvo✉

Instituto de Meteorología, La Habana, Cuba

Resumen

Se presenta una fórmula linealizada para determinar la temperatura del bulbo húmedo a partir de la temperatura seca, la humedad relativa y la presión atmosférica. Por su sencillez, reduce el costo computacional y mantiene la exactitud requerida, pudiendo ser empleada en los modelos numéricos en los cuales se requiere conocer sus valores en cada nivel, en cada punto de la rejilla en un extenso dominio, y para diferentes plazos de tiempo.

Palabras clave: temperatura del bulbo húmedo

Abstract

In this work a linearized formula is presented to determine the temperature of the wet bulb from dry temperature, relative humidity and atmospheric pressure. For its simplicity, it reduces the computational cost and maintains the required accuracy, being able to be used in the numerical models in which is necessary to know its values in each level, in each point of the mesh in an extensive domain, and for different time periods.

Keywords: wet bulb temperatura

La temperatura del bulbo húmedo es la temperatura hasta la cual el aire puede enfriarse a presión constante por la evaporación del agua hasta alcanzar la saturación (Bechtold, 2009). En la red de estaciones meteorológicas de superficie la determinación de las diferentes variables que miden el contenido de agua en la atmósfera, se lleva a cabo mediante dos lecturas directas: el valor de la temperatura del bulbo seco y el valor de temperatura en el llamado "termómetro de bulbo húmedo" (termómetro cuyo bulbo está rodeado de una pequeña tela humedecida). Sin embargo, aunque existen sensores para medir la humedad relativa en los diferentes niveles de la atmósfera, hasta el momento no se dispone de ningún instrumento o sensor que permita medir la temperatura del bulbo húmedo en la altura, por lo que resulta necesario entonces acudir a estimaciones indirectas utilizando leyes y

✉ Autor para correspondencia: *Mario Carnesoltas-Calvo*. E-mail: mario.carnesoltas@insmet.cu
Recibido: 16 de octubre de 2016
Aceptado: 11 de abril de 2017

relaciones termodinámicas conocidas. Haltiner & Martin (1957), plantearon que Normand fue el que propuso en 1921 una fórmula analítica para determinar T_w (en grados K):

$$Tw = T - \left[\frac{L}{C_P} 0.622 \left(\frac{e_w - e}{p} \right) \right] \quad (1)$$

A primera vista parece que con esta expresión el problema queda resuelto, pero si bien es posible conocer *L*, *Cp*, *T*, *p* y *e*, ¿cómo conocer en cada nivel de la atmósfera superior la tensión del agua e_w para con ella determinar la temperatura del bulbo húmedo con esta fórmula? Ya que esto no es posible, los mismos autores consideraron la posibilidad de estimarla por algún método de aproximaciones sucesivas o iterativas, reconociendo que ello resulta muy tedioso (además de conllevar implícitamente un cierto error). Más reciente (Bechtold, 2009), igualmente planteó que la expresión 2, no es lineal y requiere procedimientos iterativos o una formulación linealizada para resolverla.

$$C_P T = -L_V dq_{VS} = -L_V \left(q_{VS}(T) - q_V \right) \quad (2)$$

Uno de los procedimientos que se emplea es el método de aproximaciones sucesivas con la ecuación de Clausius - Clapeyron, derivada y resuelta por el procedimiento iterativo de Newton – Rahpson (ver en el anexo la rutina empleada con un ejemplo con sólo dos niveles de presión). Este método ofrece buena exactitud en la temperatura del bulbo húmedo (t_w) y se emplea sobre todo para calcular poca cantidad de datos y cuando no tiene mucha importancia el tiempo de cómputo. Pero en los modelos de pronósticos numéricos, donde se requiere conocer los valores de t_w en cada nivel, en cada punto de la rejilla en un extenso dominio, y para diferentes plazos de tiempo, el método iterativo resulta costoso desde el punto de vista computacional.

El propósito de esta comunicación breve es presentar una fórmula lineal que resulta muy rápida y simple para determinar la temperatura del bulbo húmedo. Está basada en el hecho que t_w siempre se encuentra entre la temperatura seca del aire *t* y la temperatura del punto de rocío t_d, con la única excepción del caso extremo cuando el aire se encuentra completamente saturado de manera que $t_W = t_d = t$ de lo contrario estará separada a cierta distancia de *t*. Pero esta distancia no es la misma para cualquier temperatura, ya que a medida que *t* desciende, su diferencia con la del bulbo húmedo se reduce, hasta que con temperaturas muy bajas, ambas tienden prácticamente a los mismos valores. Con ayuda de la tabla psicométrica que utiliza el Instituto de Meteorología en su red de estaciones (Moya & Núñez, 2009), se relacionaron las diferencias entre t_w y *t* con las diferencias entre *t* y t_d , para valores de la temperatura del aire entre 35.0 °C y -5.0 °C, y a humedad relativa constante (en el caso que se presenta se tomó *HR*= 50%). Se podrá comprobar que la diferencia es una función lineal de *t* y *de* t_d, por lo que con una aproximación de funciones adecuada se obtuvo:

$$t_w = t - (0.0121t + 0.2305)(t - t_d) \quad (3)$$

con un coeficiente de correlación lineal de R^2 = 0.9984. En la expresión 3 la temperatura del punto de rocío (t_d) se determinó por:

$$t_d = \frac{b \log_{10}\left(es\, HR/610.5\right)}{a - \log_{10}\left(es\, HR/610.5\right)} \quad (4)$$

Los valores de las constantes *a* y *b* que aparecen en la expresión 4, se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Valores de las constantes *a* y *b*

a	***b***	
7.5	237.3	$t \geq 0\,^0C$
9.5	265.5	$t < 0\,^0C$

La tensión saturada del vapor de agua (e_s) se obtiene por:

$$e_S = \frac{q_{VS}\, p}{0.62197 + q_{VS}} \qquad (5)$$

Siendo *p* la presión atmosférica en *hPa*, mientras que la razón de mezcla del vapor saturado (q_{vs}), se puede calcular mediante la fórmula de Thetens (Xue *et al.*, 1995):

$$q_{VS} = \frac{3800}{p} \exp\left[a_w \frac{T - 273.159}{T - b_w} \right] \qquad (6)$$

En la cual la temperatura está dada en grados absolutos (*K*) y la presión en *hPa*. Los valores de las constantes a_w y b_w se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Valores de las constantes a_w y b_w

$\boldsymbol{a_w}$	$\boldsymbol{b_w}$	
17.270	35.5	$t \geq 0\,^0C$
21.875	7.5	$t < 0\,^0C$

O también se puede emplear la fórmula de integración empírica aproximada de Thetens (Bechtold, 2009):

$$\begin{aligned} P_{VS} &= P_{VS0} \exp\left[\frac{17.502\left(T - T_{00}\right)}{T - 32.19} \right] \quad \textit{agua líquida} \\ P_{VS} &= P_{VS0} \exp\left[\frac{22.587\left(T - T_{00}\right)}{T - 0.7} \right] \quad \textit{para el hielo} \end{aligned} \qquad (7)$$

donde, T_{00} = 273.159 K y p_{vso} = 6.112 hPa

En la figura 1 se puede apreciar la línea que relaciona la temperatura del bulbo húmedo con la temperatura seca en un rango entre 35.0 y –5.0 °C, determinada por las expresiones 3, 4, 5 y 6. El cambio de valores de las constantes en las tablas 1 y 2 para temperaturas mayores y menores de 0 °C, es apenas perceptible en el gráfico en la zona cercana al origen de las temperaturas.

En el ANEXO se muestra la rutina del método iterativo con el cual se compararon los valores de la fórmula lineal encontrada, con un ejemplo para 2 niveles de presión sucesivos.

En resumen puede plantearse que la fórmula linealizada que se propone para determinar la temperatura del bulbo húmedo, mantiene la misma exactitud que los métodos iterativos, pero tiene la ventaja

T. psicrométrica			**tw*(50)**
t	**tw**	**td**	
-5.0	-6.6	-14.0	-6.53
0.0	-2.1	-9.2	-2.12
5.0	2.2	-4.9	2.12
10.0	6.5	-0.1	6.45
15.0	10.8	4.8	10.80
20.0	14.9	9.2	14.90
25.0	19.0	14.0	19.14
30.0	23.1	18.4	23.12
35.0	27.3	23.1	27.22

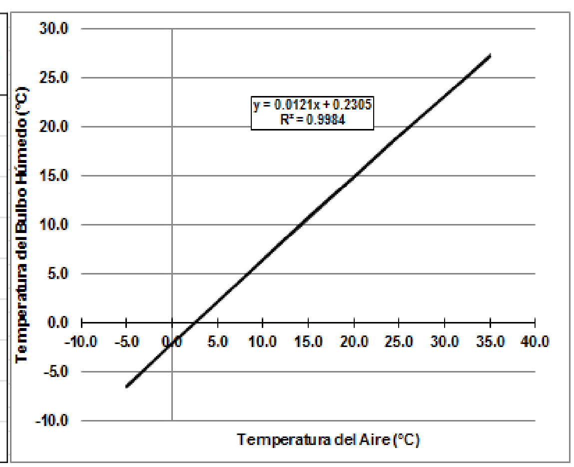

Figura 1. Temperatura del bulbo húmedo en función de la temperatura seca, la humedad relativa (50%) y la presión atmosférica

de reducir el costo computacional, necesario sobre todo en los modelos numéricos, en los cuales se requiere conocer sus valores en cada nivel, en cada punto de la rejilla en un extenso dominio, y para diferentes plazos de tiempo.

Referencias

Bechtold, P. 2009. *Atmospheric Thermodynamics*. *Meteorological Training Course Lecture Series,* England: ECMWF, 19 p.

Haltiner, G. J. & Martin, F. L. 1957. *Dynamical and physical meteorology*. New York: McGraw-Hill, 470 p.

Moya, A. & Núñez, E. 2009. *Tablas Psicrométricas. Centro de Atención a la Red de Estaciones*. La Habana, Cuba: Instituto de Meteorología, 776 p.

Xue, M.; Droegemeier, K.; Wong, V.; Shapiro, A. & Brewster, K. 1995. *Advanced Regional Prediction System (ARPS) v 4.0, User's Guide*. Oklahoma: Center for Analysis and Predicition of Storms, 376 p.

ANEXO

Rutina utilizada para calcular la temperatura del bulbo húmedo por el método iterativo (Ejemplo para 2 niveles de presión sucesivos)

Datos iniciales:

700, 500 - (niveles de presión en hPa)

t(700), t(500) - (temperatura del aire °C a cada nivel de presión)

HR(700), HR(500) - (humedad relativa % a cada nivel de presión)

T(700) = t(700) + 273.159

T(500) = t(500) + 273.159

Cálculo de la humedad específica del vapor saturado (*q_{vs}*):

qvs(700) = (3800/700)*exp(aw*(t(700)/T(700)-bw))

qvs(500) = (3800/500)*exp(aw*(t(500)/T(500)-bw))

aw = 17.270 y bw = 35.5 para t >= 0 (t en °C, y es en HPa)

aw = 21.875 y bw = 7.5 para t <= 0 (t en °C, y es en HPa)

Cálculo de la tensión del vapor de saturación (*e_s*):

e_s(700) = qvs(700)*700/(0.62197+ qvs(700))

e_s(500) = qvs(500)*500/(0.62197+ qvs(500))

Cálculo de la temperatura del punto de rocío (t_d) en °C:

Num(700) = b * log10 [es(700)*HR/610.5]

Num(500) = b * log10 [es(500)*HR/610.5]

Denom(850) = a- log10 [es(850)*HR/610.5]

Denom(700) = a- log10 [es(700)*HR/610.5]

Denom(500) = a- log10 [es(500)*HR/610.5]

td(700) = Num(700)/ Denom(700)

td(500) = Num(500)/ Denom(500)

a = 7.5 y b = 237.3 para t >= 0 (t en °C y es en hPa)

a = 9.5 y b = 265.5 para t <= 0 (t en °C y es en hPa)

Cálculo de la temperatura del bulbo húmedo (t_w) en °C
S(500) = [es(500) - e(500)]/[t(500) - td(500)]
S(700) = [es(700) - e(700)]/[t(700) - td(700)]

En una 1ra. Aproximación:
tw(500) = [f * t(500) * 500 + td(500) * S(500)]/[f * 500 + S(500)]
tw(700) = [f * t(700) * 700 + td(700) * S(700)]/[f * 700 + S(700)]
f = 0.0006355 = Cp /(L*epsilon) (1/K)
ew(500) = exp[C15 - C1 * Tw(500) - C2/ Tw(500)]
ew(700) = exp[C15 - C1 * Tw(700) - C2/ Tw(700)]
exp es la base logaritmo neperiano, Tw es la Temperatura del bulbo húmedo (K)

C15 =2 6.66082, C1 = 0.0091379024 C2 = 6106.396.
de(500) = f * 500 * [t(500) - tw(500)] – [ew(500) – e(500)]
de(700) = f * 700 * [t(700) - tw(700)] – [ew(700) – e(700)]

Si “de(p)” < 0.1 se detiene la iteración ya que este es un error permisible. De lo contrario se prosigue calculando “der” con lo que se obtiene la segunda aproximación.

Derivada “der” de la diferencia “de” con respecto la temperatura de bulbo húmedo:
der(500) = ew(500) * [C1 - C2/ Tw(500)^2] * f * 500
der(700) = ew(700) * [C1 - C2/ Tw(700)^2] * f * 700

La próxima aproximación:
Tw(500) = Tw(500) - de(500)/der(500)
Tw(700) = Tw(700) - de(700)/der(700)

El nuevo valor deberá converge al cabo de varias iteraciones.